Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Épreuve de mathématiques - Groupement B

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour toutes les spécialités sauf Traitement des matériaux : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Freinage d'un chariot et étude d'une fonction exponentielle** (12 questions) — **Page 3**
2. **Contrôle de tubes fluorescents et conformité de rivets** (9 questions) — **Page 7**
3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://btsmv.fr/assets/annales/bts-mv/E2 - Mathématiques/2022/BTS MV - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d'un chariot et étude d'une fonction exponentielle

Un chariot de fête foraine roule à 20 m·s⁻¹ lorsqu'un système de freinage est mis en action. Sa vitesse est modélisée par une fonction étudiée à l'aide d'une équation différentielle, de limites, de variations, d'une intégrale et d'un développement limité.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1.a. Résoudre l'équation différentielle homogène y' + 0,8y = 0.

La formule fournie donne les solutions de $y' + ay = 0$ sous la forme $y(t) = Ce^{-at}$, où C est une constante réelle. Ici, $a = 0{,}8$. On remplace donc le coefficient dans l'exponentielle. Comme aucune condition initiale n'est imposée, la constante reste arbitraire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Les solutions sont $y(t) = Ce^{-0{,}8t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 1.b. La fonction g est définie par g(t) = 5. Vérifier qu'elle est solution de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4.

Vérification : la fonction constante $g(t) = 5$ a pour dérivée $g'(t) = 0$. En substituant dans le membre de gauche, on obtient $g'(t) + 0{,}8g(t) = 0 + 0{,}8 \times 5 = 4$, pour tout t. Ce résultat est bien égal au second membre de l'équation différentielle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = 5$ est solution, car $g'(t) + 0{,}8g(t) = 4$.

Question 1.c. Déduire de la question précédente l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4.

1. La solution générale de l'équation homogène associée est $Ce^{-0{,}8t}$.
2. La fonction constante $g(t) = 5$ est une solution particulière de l'équation avec second membre. On ajoute donc cette solution particulière à la solution homogène, avec C réel arbitraire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = 5 + Ce^{-0{,}8t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer la solution de y' + 0,8y = 4 qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

La solution générale est $f(t) = 5 + Ce^{-0{,}8t}$. À l'origine, $e^0 = 1$, donc la condition initiale impose $5 + C = 20$. On en déduit $C = 15$, puis on remplace la constante dans l'expression générale. Cette solution vérifie l'équation différentielle et la vitesse initiale donnée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La solution vérifiant $f(0) = 20$ est $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1.a. Démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5, avec f(t) = 15e$^{-0,8t}$ + 5.

On a $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$. Quand $t \to +\infty$, l'exposant $-0,8t$ tend vers $-\infty$, donc $e^{-0,8t} \to 0$. Par conséquent, le terme $15e^{-0,8t}$ tend aussi vers 0. La limite de $f(t)$ est alors la somme de 0 et de 5.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1.b. Déduire de cette limite que la courbe représentative de f admet une asymptote et en donner une équation.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est finie et vaut 5. La courbe de f admet donc une asymptote horizontale à cette hauteur. Son équation s'écrit avec l'ordonnée constante égale à la limite.

✓ RÉPONSE À RETENIR

L'asymptote horizontale à la courbe est la droite d'équation $y = 5$.

Question 2. À l'aide de l'expression donnée de f'(t), dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$. Ainsi, f est strictement décroissante sur l'intervalle. De plus, $f(0) = 20$ et sa limite en $+\infty$ vaut 5.

t	**0**	$+\infty$
Signe de $f'(t)$	$-$	
Variation de f	20	$\searrow$ 5

✓ RÉPONSE À RETENIR

f décroît strictement de 20 vers 5 sur $[0; +\infty[$.

Question 3. Déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.

Un arrêt nécessiterait que la vitesse atteigne 0. Or, pour tout $t \geq 0$, l'exponentielle est strictement positive. Il en résulte que :

- $15e^{-0,8t} + 5 > 5$, donc $f(t) > 0$ à tout instant;
- la vitesse tend vers 5 m·s⁻¹, sans atteindre cette valeur ni 0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non, le chariot ne s'arrête pas : sa vitesse reste positive et tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Question 4.a. La fonction F est définie par F(t) = −18,75e^{−0,8t} + 5t. Vérifier qu'elle est une primitive de f sur [0 ; +∞[.

On dérive $F(t) = -18{,}75e^{-0,8t} + 5t$. Par la règle de dérivation de l'exponentielle, $F'(t) = (-18{,}75)(-0{,}8)e^{-0,8t} + 5$. Le produit des coefficients vaut 15, donc $F'(t) = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t)$. Ainsi, F est bien une primitive de f sur $[0; +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$: F est une primitive de f.

Question 4.b. Calculer la distance exacte parcourue par le chariot entre t₀ = 0 et t₁ = 1 à l'aide de l'intégrale de f, puis donner une valeur arrondie au centimètre.

La distance parcourue est l'intégrale de la vitesse entre 0 et 1. Avec la primitive donnée, $d = F(1) - F(0)$. Or $F(1) = -18{,}75e^{-0,8} + 5$ et $F(0) = -18{,}75$. Ainsi, $d = 23{,}75 - 18{,}75e^{-0,8}$ m, soit environ 15,3251 m. L'arrondi au centimètre est 15,33 m.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23{,}75 - 18{,}75e^{-0,8}\ \mathrm{m}$, soit $15{,}33\ \mathrm{m}$ au centimètre près.

Partie C - Étude locale

Question 1. Choisir, parmi les propositions, le développement limité à l'ordre 2 de f au voisinage de zéro. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Le logiciel donne la partie régulière $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2$. Un développement limité à l'ordre 2 s'écrit avec un reste négligeable devant t^2, soit $t^2\varepsilon(t)$, où $\varepsilon(t) \to 0$ lorsque $t \to 0$. Parmi les propositions du sujet, seule la troisième présente ce reste et conserve les trois termes affichés.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La troisième proposition : $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Question 2. Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

1. La tangente en $t = 0$ a pour équation $y = f(0) + f'(0)t$.
2. On a $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12e^0 = -12$. En reportant ces valeurs dans la formule de la tangente, on obtient son équation.

✓ RÉPONSE À RETENIR

L'équation de la tangente en l'origine est $y = 20 - 12t$.

2. Contrôle de tubes fluorescents et conformité de rivets

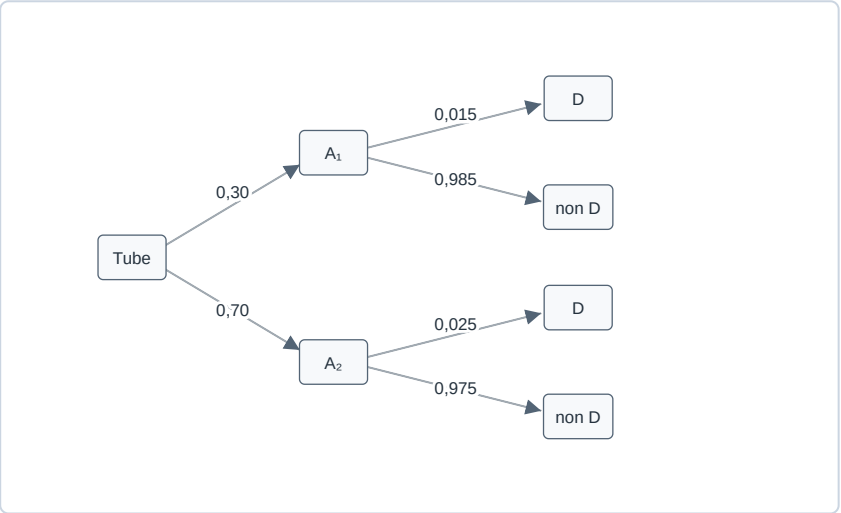
Une usine produit des tubes fluorescents dans deux ateliers dont les taux de défaut sont différents; leur durée de fonctionnement est également étudiée. Une seconde situation porte sur la conformité de rivets et mobilise une estimation de proportion et un intervalle de confiance.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. À partir des proportions de production et des taux de défaut des deux ateliers, réaliser un arbre pondéré décrivant la situation.

La première étape distingue les deux ateliers, selon leurs parts de production. La seconde donne, pour chaque atelier, la probabilité conditionnelle de défaut et son complément. Ces données sont placées sur les branches du schéma ; les probabilités des deux branches issues de chaque atelier totalisent 1.

Arbre pondéré des ateliers et des défauts



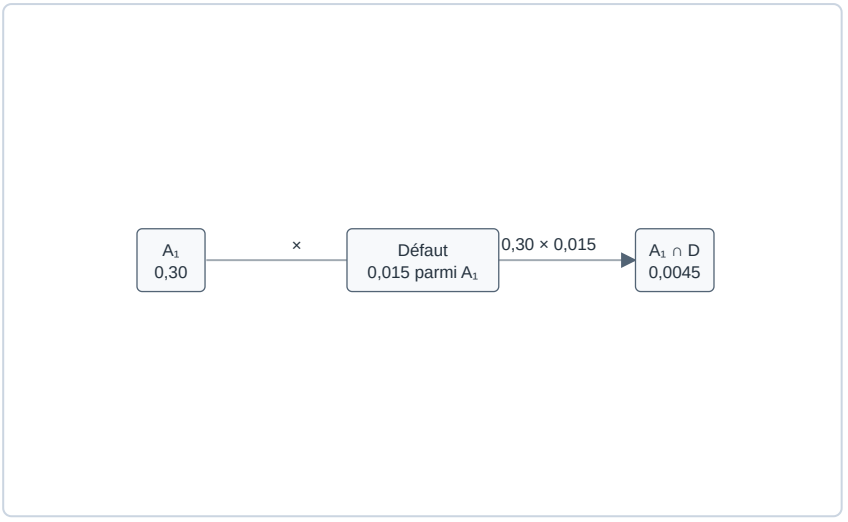
Les taux de défaut sont conditionnels à l'atelier.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Arbre pondéré : voir le schéma.

Question 2. Calculer la probabilité qu'un tube provienne de l'atelier 1 et présente un défaut, soit P(A₁ ∩ D).

Le chemin recherché correspond à « atelier 1 », puis « défaut ». On multiplie donc la proportion de tubes issus de l'atelier 1 par le taux de défaut dans cet atelier :
$P(A_1 \cap D) = 0{,}30 \times 0{,}015 = 0{,}0045$.



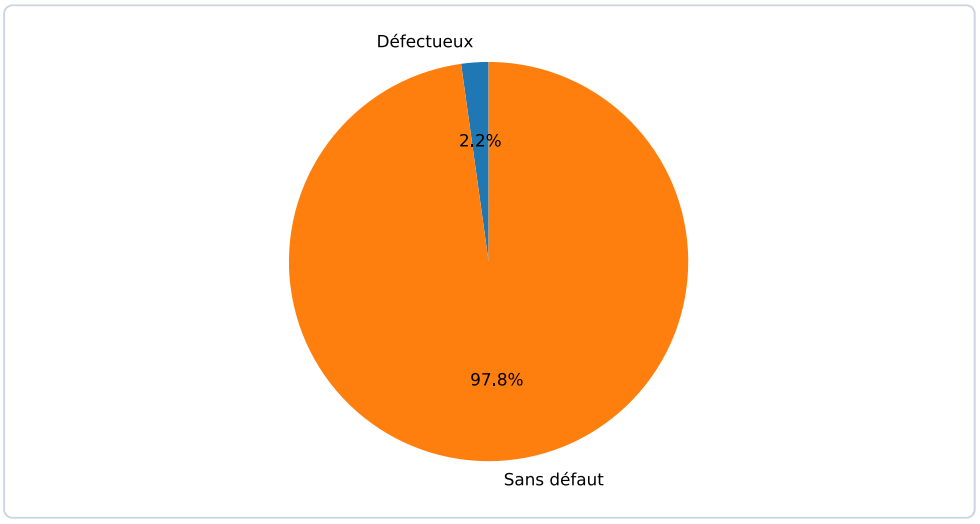
La probabilité conjointe correspond au produit des deux probabilités.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_1 \cap D) = 0{,}0045$, soit $0{,}45\%$.

Question 3. Calculer la probabilité P(D) qu'un tube choisi au hasard présente un défaut. La valeur imprimée dans la consigne semble faire l'objet d'une correction manuscrite visible sur la page.

Les deux chemins menant à un tube défectueux sont disjoints. Par la formule des probabilités totales : $P(D) = 0{,}30 \times 0{,}015 + 0{,}70 \times 0{,}025 = 0{,}022$.
La valeur manuscrite sur le sujet corrige la valeur imprimée et concorde avec ce calcul.



✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(D) = 0{,}022$, soit $2{,}2\%$.

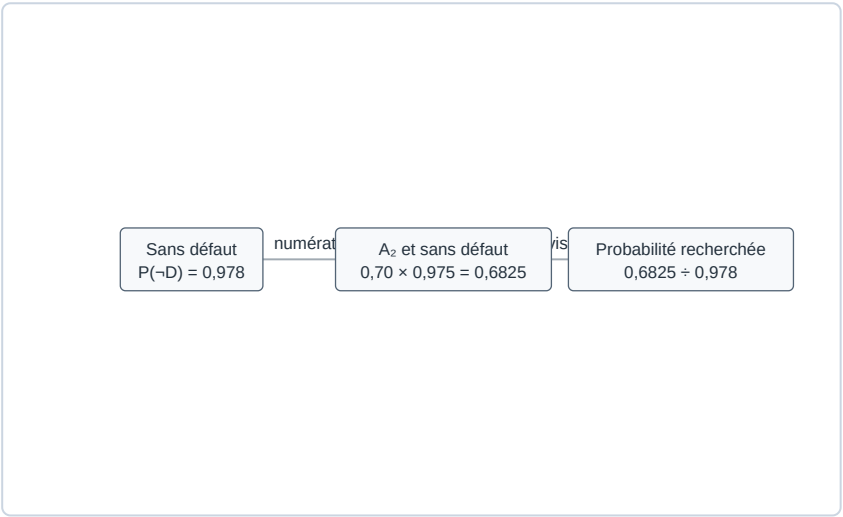
Question 4. Sachant que le tube choisi ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.

On conditionne par l'absence de défaut. Le numérateur est la probabilité d'être issu de l'atelier 2 et sans défaut ; le dénominateur est la probabilité totale d'être sans défaut.

Événement	Probabilité
Atelier 2 et sans défaut	$0{,}70 \times 0{,}975 = 0{,}6825$
Sans défaut	$1 - 0{,}022 = 0{,}978$

On divise le numérateur par le dénominateur.

Probabilité conditionnelle parmi les tubes sans défaut



Le dénominateur correspond à l'ensemble des tubes sans défaut.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0{,}698$, soit $69{,}8\%$.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. La durée de bon fonctionnement T suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,0001. Déterminer son espérance et interpréter le résultat dans le contexte.

Pour une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}0001$, l'espérance est $E(T) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0{,}0001} = 10\,000$ heures. Elle représente la durée moyenne de bon fonctionnement des tubes sur une grande production ; ce n'est pas une durée garantie pour chaque tube.

Espérance de la durée de fonctionnement

Paramètre	Formule	Espérance
λ = 0,0001	E(T) = 1 / λ	10 000 heures

Durée exprimée en heures.

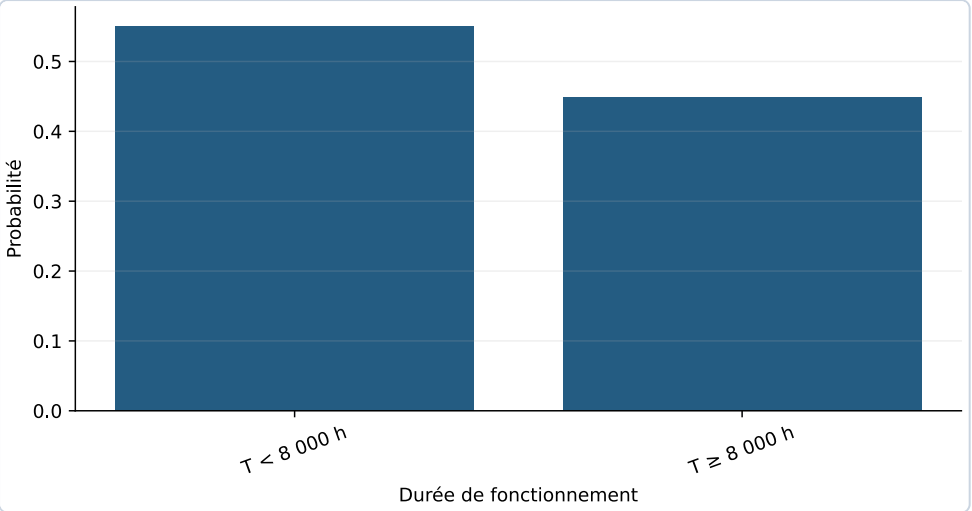
✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(T) = 10\,000$ heures en moyenne.

Question 2. Calculer, en arrondissant au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube soit inférieure à 8 000 heures.

La formule donnée est $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Pour $t = 8\,000$ heures et $\lambda = 0{,}0001$, on obtient :

1. $P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0{,}0001 \times 8\,000} = 1 - e^{-0{,}8}$.
2. La valeur est environ $0{,}5507$, soit $0{,}55$ au centième.



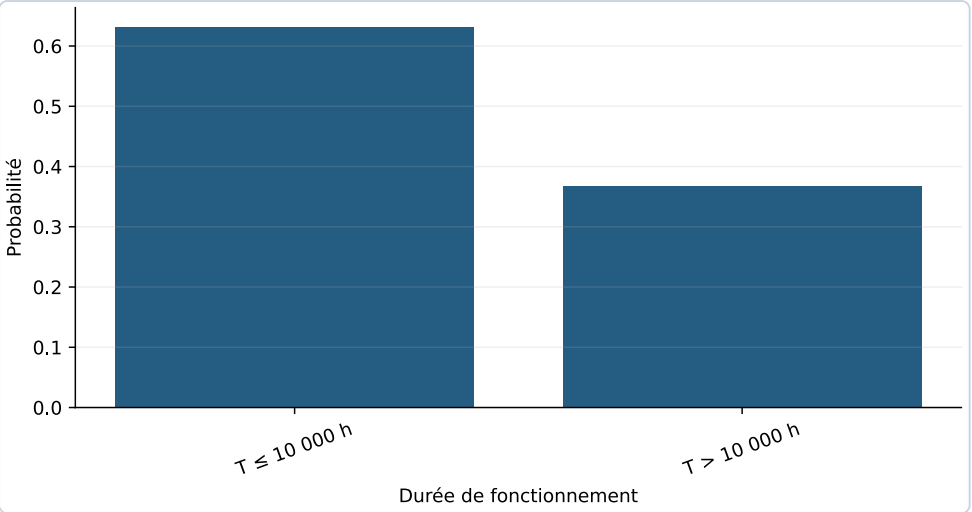
✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T < 8\,000) \approx 0{,}55$.

Question 3. Calculer, en arrondissant au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube soit supérieure à 10 000 heures.

La probabilité de dépasser t heures est le complément de $P(T \leq t)$, donc $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Avec $t = 10\,000$ et $\lambda = 0{,}0001$:

$P(T > 10\,000) = e^{-0{,}0001 \times 10\,000} = e^{-1} \approx 0{,}3679$, soit $0{,}37$ au centième.



✓ RÉPONSE À RETENIR

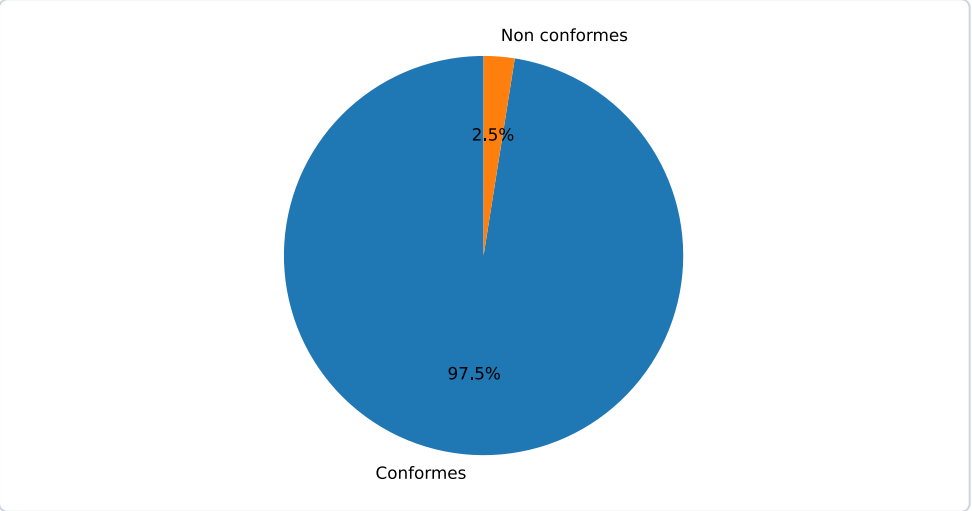
$P(T > 10\,000) \approx 0{,}37$.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. Parmi les 1 000 rivets prélevés, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle de la proportion inconnue de rivets conformes dans la production.

L'estimation ponctuelle de la proportion de rivets conformes est la fréquence observée dans l'échantillon. Sur les $1\,000$ rivets prélevés, 975 sont conformes ; ainsi :

$f = \frac{975}{1\,000} = 0{,}975$.



✓ RÉPONSE À RETENIR

Estimation ponctuelle : $0{,}975$, soit $97{,}5\%$.

Question 2. En utilisant la formule fournie, déterminer un intervalle de confiance à 95 % de la proportion de rivets conformes, centré sur la fréquence observée. Arrondir les bornes au millième.

La formule fournie utilise $f = 0{,}975$ et $n = 1\,000$. La marge vaut $1{,}96\sqrt{\frac{0{,}975(1-0{,}975)}{1\,000}} \approx 0{,}009677$. Les bornes sont donc $0{,}975 - 0{,}009677$ et $0{,}975 + 0{,}009677$, arrondies au millième.

Intervalle de confiance à 95 %

Fréquence observée	Marge	Borne inférieure	Borne supérieure
0,975	0,009677	0,965	0,985

Bornes arrondies au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Intervalle de confiance à 95 % : $[0{,}965\ ;\ 0{,}985]$.

SYNTHÈSE DE L'ÉPREUVE & RÉFÉRENTIEL • BTS MAINTENANCE DES VÉHICULES

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : L'épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2022, porte le code 22MATGRB1 et dure deux heures. Le coefficient est 2, sauf pour Traitement des matériaux où il est 3. Elle étudie le freinage d'un chariot et le contrôle de produits industriels, avec équations différentielles, analyse, intégrales, probabilités et estimation statistique.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $y' + ay = b$, une solution générale s'obtient en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène.
- Pour $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, la limite en $+\infty$ est 5 et la courbe admet l'asymptote horizontale $y = 5$.
- La distance parcourue entre deux instants est l'intégrale de la vitesse sur l'intervalle de temps considéré.
- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, $E(T) = 1/\lambda$ et $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier les unités et distinguer vitesse, durée et distance dans le problème du chariot.
- Pour une probabilité conditionnelle, identifier l'événement conditionnant et utiliser la probabilité correspondante au dénominateur.
- Pour l'intervalle de confiance, utiliser la fréquence observée et $n = 1\,000$, puis arrondir les bornes au millième.
- Les proportions des ateliers donnent $P(D) = 0,022$; tenir compte de l'écart avec la valeur imprimée et corrigée à la main sur la page.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la solution de l'équation différentielle du freinage ?

Résolvez d'abord l'équation homogène $y' + 0,8y = 0$, puis ajoutez la solution particulière constante $g(t) = 5$. Utilisez ensuite la condition initiale $f(0) = 20$ pour déterminer la constante restante.

Q : Comment calculer les probabilités liées à la durée de vie des tubes ?

Pour T de loi exponentielle de paramètre λ, utilisez $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$ et $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Son espérance est $1/\lambda$; ici, les durées sont exprimées en heures.

Q : Comment organiser le temps pendant cette épreuve ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices de 10 points, chacun divisé en parties indépendantes. Répartissez le temps entre les exercices, traitez d'abord les questions accessibles et gardez quelques minutes pour vérifier calculs, unités et arrondis.

Q : Quelle précaution prendre pour la question sur la probabilité de défaut ?

Calculez la probabilité totale à partir des proportions des deux ateliers et de leurs taux de défaut. Les données visibles donnent 0,022; la valeur imprimée paraît corrigée à la main, donc signalez clairement votre calcul et votre démarche.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsmv.fr/assets/annales/bts-mv/E2 - Mathématiques/2022/BTS MV - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS Maintenance des Véhicules : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.