Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SESSION 2025

Épreuve de mathématiques

GROUPEMENT B *CODE : 25MATGRB1*

Durée : 2 heures

SPÉCIALITÉS	COEFFICIENTS
Aéronautique	2
Assistance technique d'ingénieur	2
Bâtiment	2
Conception et réalisation de carrosseries	2
Conception et réalisation des systèmes automatiques	2
Enveloppe des bâtiments : conception et réalisation	2
Environnement nucléaire	2
Fluides – énergies – domotique (3 options)	2
Traitement des matériaux (2 options)	3
Travaux publics	2

Matériel autorisé :

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Le sujet comporte 5 pages, numérotées de 1/5 à 5/5.

EXERCICE 1 (10 points)

Pour fabriquer de l'aluminium en feuille on chauffe une plaque d'aluminium à 250°C puis on la sort du four : c'est alors la phase de refroidissement. On étudie l'évolution de la température de la plaque d'aluminium durant cette phase.

On note $f(t)$ la température de la plaque d'aluminium à l'instant t.

$f(t)$ est exprimée en degré Celsius, et t désigne le nombre de minutes de refroidissement.

Les deux parties peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A. Équation différentielle

On sait que la fonction f est solution de l'équation différentielle :

$$(E) : \ y' + 0{,}25y = 7{,}5 \ ,$$

où y est une fonction inconnue de la variable réelle t, définie et dérivable sur l'intervalle $[\,0\,;\,+\infty\,[$, et où y' est la dérivée de y.

1. Résoudre l'équation différentielle :

$$(E_0) : \ y' + 0{,}25y \ = \ 0\,.$$

On fournit la formule suivante :

Équation différentielle	Solutions sur un intervalle I
$y' + ay = 0$	$y(t) = k\mathrm{e}^{-\,a\,t}\,, \quad k \in \mathbb{R}$

2. Soit c un nombre réel.
On considère la fonction constante g définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty\,[$ par :

$$g(t) = \ c.$$

Déterminer le réel c pour que la fonction g soit solution de l'équation différentielle (E).

3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

4. Déterminer l'expression de la fonction f sachant qu'à l'instant $t = 0$ la température est égale à 250°C.

Partie B. Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty\,[$ par :

$$f(t) = 220\mathrm{e}^{-0{,}25t} + 30.$$

On admet que $f(t)$ représente la température (en degré Celsius) de la plaque d'aluminium après t minutes de refroidissement.

1. Déterminer la valeur approchée à $0{,}1$°C de la température de la plaque après un quart d'heure de refroidissement.

2. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

Quelle est la conséquence pour la courbe représentative de la fonction f ?

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;+\infty\,[$ et on note f' sa fonction dérivée.

Déterminer $f'(t)$ pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;+\infty\,[$.

En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty\,[$.

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Un technicien affirme : « *en cent secondes, la plaque a perdu cent degrés* ».

A-t-il raison ? Quelle est la durée nécessaire, arrondie à la seconde, pour que la température de la plaque passe en dessous de 150°C ?
Les réponses devront être justifiées.

5. Réaliser sur la copie un croquis donnant l'allure de la courbe représentative de la fonction f. Ce croquis devra également faire apparaître les résultats des questions **1** à **4**.

EXERCICE 2 (10 points)

Partie A. Loi exponentielle

On s'intéresse au temps que doit attendre un client pour être servi à la terrasse d'un café. On admet que ce temps d'attente, exprimé en minute, peut être modélisé par une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre λ.

1. On sait que le temps d'attente moyen d'un client est égal à 4 minutes.
Expliquer pourquoi on a alors $\lambda = 0{,}25$.

2. Décrire par une phrase l'évènement $(T < 3)$ et déterminer sa probabilité, arrondie à 10^{-3}.

3. Quelle est la probabilité qu'un client attende au moins 5 minutes ? Arrondir à 10^{-3}.

4. Déterminer, à la seconde près, le temps t tel que : $P(T > t) = 0{,}1$.

Partie B. Probabilités conditionnelles

Un café propose des boissons chaudes et des boissons froides, qui peuvent être servies en terrasse ou en salle.

On dispose des informations suivantes :

- 60 % des consommations sont servies en terrasse.
  Dans un tiers des cas, il s'agit d'une boisson chaude.

- 40 % des consommations sont servies en salle.
  Parmi elles, les trois quarts sont des boissons chaudes.

On s'intéresse à une consommation choisie au hasard, et on considère les évènements suivants :

T : il s'agit d'une consommation servie en terrasse.
C : il s'agit d'une boisson chaude.

1. Dresser un arbre pondéré représentant la situation.

2. Déterminer la probabilité $P(T \cap C)$.

3. Montrer que la probabilité que la consommation soit une boisson chaude est égale à $\frac{1}{2}$.

4. Une boisson chaude vient d'être commandée. Un serveur déclare :

« *Elle a davantage de chance d'être servie en salle qu'en terrasse* ».

Le serveur a-t-il raison ? Justifier la réponse.

5. Les évènements T et C sont-ils indépendants ? Justifier.

Partie C. Intervalle de confiance

La direction d'un café souhaite estimer la proportion p d'étudiants parmi ses clients. Pour cela, elle interroge un échantillon aléatoire de $1\,000$ clients. Dans cet échantillon, elle compte 525 étudiants.

1. Donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p d'étudiants.

2. Donner une estimation de la proportion p par un intervalle de confiance avec le niveau de confiance de $90\ \%$.

On fournit la formule suivante :

Intervalle de confiance d'une proportion avec un niveau de confiance de $90\ \%$
$\left[f - 1{,}65\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\ ;\ f\ +\ 1{,}65\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right]$

3. Le patron du café affirme :

« *La proportion p est obligatoirement contenue dans l'intervalle de confiance.* »

A-t-il raison ? Justifier.

4. On estime que lorsqu'un étudiant vient au café, sa consommation s'élève en moyenne à $3{,}50$ euros.

Chaque mois, le café reçoit $5\,000$ clients.

La direction du café décide d'accorder une réduction de $10\ \%$ aux étudiants.

En supposant que la proportion p est effectivement contenue dans l'intervalle de confiance, indiquer, sous forme d'un intervalle, le manque à gagner mensuel pour le café.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.