Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Proposition de Correction - BTS Mathématiques - Session 2019

EXERCICE 1 (10 points)

A. Résolution d'une équation différentielle

1° a) Résoudre l'équation (E_0) : y' + 0,05y = 0.

On utilise la formule fournie :

Équation différentielle : ay' + by = 0 → Solutions sur un intervalle I : $f(t) = k\, e^{a}t$

Dans notre cas, a = -0,05, donc la solution générale est :

$y(t) = k\, e^{-0,05t}$

b) Vérifier que la fonction g définie par g(t) = 40 est une solution de l'équation (E).

Calculons g'(t) :

g'(t) = 0

En substituant dans (E) :

0 + 0,05 × 40 = 2, donc g(t) = 40 est bien solution.

c) Déduire les solutions de l'équation (E).

Les solutions de (E) sont de la forme :

$f(t) = k\, e^{-0,05t} + 40$

2° Déterminer une expression de la fonction f.

On sait que f(0) = 18 :

f(0) = k + 40 = 18 → k = -22

Donc :

$f(t) = -22\, e^{-0,05t} + 40$

B. Étude de la fonction f

1° a) Limite de la fonction f en +∞.

On admet que $\lim_{t\to+\infty} e^{-0,05t} = 0$, donc :

$\lim_{t\to+\infty} f(t) = 40$

b) Asymptote de la courbe C.

La courbe C admet une asymptote horizontale d'équation : y = 40.

2° Étude des variations de f.

On admet que :

$f'(t) = 1,1\, e^{-0,05t}$, donc f' > 0 sur [0, +∞[.

b) Tableau de variation de f.

t	f(t)	Variation
0	18	↑
+∞	40	

3° Questions à choix multiples.

a) La tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0 est :

Réponse correcte : y = 18 + \frac{11}{10}t.

b) La vitesse de chauffe à l'instant initial :

Réponse correcte : f'(0) = 11.

C. Dépassement d'un seuil et algorithmique

1° Compléter le tableau.

Complétez manuellement en utilisant f(t) pour chaque t.

2° Valeur contenue dans la variable t à la fin de l'algorithme.

Interprétation : t est le premier instant où la température dépasse 21° Celsius.

EXERCICE 2 (10 points)

A. Événements indépendants

1° Calculer $P(E_1)$: « le pneumatique contrôlé est conforme ».

$P(E_1) = P(A) \times P(B) = 0{,}98 \times 0{,}85 = 0{,}833$.

2° Calculer $P(E_2)$: « le pneumatique contrôlé n'est pas conforme ».

$P(E_2) = 1 - P(E_1) = 1 - 0{,}833 = 0{,}167$.

3° Calculer $P(E_3)$: « le pneumatique n'a validé qu'un seul des deux tests ».

$P(E_3) = P(A) \times (1 - P(B)) + (1 - P(A)) \times P(B) = 0{,}98 \times 0{,}15 + 0{,}02 \times 0{,}85 = 0{,}1475 + 0{,}017 = 0{,}1645$.

B. Loi exponentielle

1° Montrer que $\lambda = 0{,}1$.

La durée moyenne est E(T) = 10 heures, donc :

$\lambda = 1/10 = 0{,}1$.

2° a) Calculer $P(T \leq 20)$.

$P(T \leq 20) = 1 - e^{-0{,}1 \times 20} = 1 - e^{-2} \approx 0{,}8647$.

b) Probabilité que T dépasse 15 heures.

$P(T > 15) = e^{-0,1 \times 15} = e^{-1,5} \approx 0,2231$.

3° Déterminer la durée médiane de bon fonctionnement.

On cherche t_0 tel que $P(T \leq t_0) = 0,5$:

$1 - e^{-0,1t_0\} = 0,5 \rightarrow e^{-0,1t_0\} = 0,5 \rightarrow -0,1t_0\} = \ln(0,5) \rightarrow t_0\} = -\ln(0,5)/0,1 \approx 6,931$.

C. Intervalle de confiance

1° Estimation ponctuelle de la proportion p.

$f = 44/50 = 0,88$.

2° a) Déterminer un intervalle de confiance.

Intervalle : $[0,88 - 1,96 \times \sqrt{(0,88 \times 0,12 / 50)}, 0,88 + 1,96 \times \sqrt{(0,88 \times 0,12 / 50)}]$.

b) Peut-on affirmer que p est compris dans cet intervalle ?

Oui, car 0,88 est dans l'intervalle de confiance calculé.

Conseils

1. Relisez attentivement chaque question pour bien comprendre ce qui est demandé.
2. N'oubliez pas de justifier vos réponses, surtout pour les calculs de probabilités.
3. Utilisez des tableaux pour organiser vos résultats et faciliter la lecture.
4. Vérifiez vos calculs pour éviter les erreurs d'inattention.
5. En cas de doute, n'hésitez pas à revenir aux définitions et aux propriétés mathématiques pertinentes.

© FormaV EI. Tous droits réservés. — Propriété exclusive de FormaV.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.